UJF - SM3a2	Analyse - TD 2	1/10/99

1. Existence et calcul de $\int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx$ en fonction de $n \in \mathbb{N}$.
2. Donner en fonction de $\alpha \in \mathbb{R}$ la nature de l'intégrale $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^\alpha} dx$.
3. Calculer $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(x+1)} dx$.
4. Etudier la convergence des intégrales suivantes:
   (a) $\int_0^{+\infty} (x + 2 - \sqrt{x^2 + 4x + 1}) dx$
   (b) $\int_1^{+\infty} (\ln \frac{x+1}{x} - \frac{1}{x}) dx$
   (c) $\int_1^{+\infty} (\frac{\cos x}{x})^2 dx$
   (d) $\int_0^{+\infty} \frac{2+\cos x}{x+1} dx$
   (e) $\int_0^{+\infty} (x \ln x) e^{-x} dx$
   (f) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx$
   (g) $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t(1+(\sin t)^2)}$
   (h) $\int_0^{\pi/2} \tan t \, dt$
   (i) $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+t)}{t^\alpha} dt$
5. Montrer que l'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ converge et que $\int_0^{+\infty} \frac{|\sin x|}{x} dx$ ne converge pas.
6. Convergence et calcul (pour $a > 0$) de $\int_0^{+\infty} \frac{\ln t}{t^2 + a^2} dt$.
7. Soient $I = \int_0^{\pi/2} \ln \sin x \, dx$ et $J = \int_0^{\pi/2} \ln \cos x \, dx$.
   - Justifier l'existence de I et J.
   - Montrer que $I = J$.
   - En considérant $I + J$, en déduire que $I = -(\pi \ln 2)/2$.